RIPASSO DI MATEMATICA

PER LA FISICA LA MATEMATICA È UNO STRUMENTO CHE PERMETTE LA FORMALIZZAZIONE DELLE SUE LEGGI

(tramite le formule si può determinare l'evoluzione del fenomeno)

I NUMERI

I NUMERI POSSONO ESSERE

- **interi** (0; 1; 2; 3; ...)
- **intero relativi** (–2; 1; 0; 1; ...)
- **reali** (1/2; 136,11111; √7; e2,7...)
- **immagginari** $\sqrt{-1} = i$

IN UNA LEGGE FISICA LE GRANDEZZE SONO DISTINTE DA

Nome + valore numerico + unità di misura

- **m = 3,7 [kg]**
- **t = 8,7 [s]**
- **F= 10 [N]**

NOME
temperatura si indica con **T**

VALORE
si indica con numero

T = 100 [K]

UNITÀ DI MISURA
si indica con un simbolo tra parentesi quadre **[K]**

ALGEBRA DEI NUMERI RELATIVI

NUMERI RELATIVI

numeri preceduti dal segno + o dal segno –

a = - 5,2 ← modulo o valore assoluto (si indica con **|a|**)

Nome **Segno**

DUE NUMERI RELATIVI SONO

CONCORDI se hanno lo stesso segno es: (–3 ; –7,15 ; –6001);
DISCORDI se hanno segno contrario es: (+73,6 ; –12,2);
OPPOSTI se hanno stesso modulo e segno contrario es: (–2,13 ; +2,13)
RECIPROCI (inversi) se hanno lo stesso segno e modulo inverso es: (–4/5 ; –5/4)

Chiamiamo espressione algebrica una espressione matematica che contiene numeri relativi

numerica: $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} =$

letterale: $(3ab)^2 - 5ab =$

.

ELEMENTI DI MATEMATICA USATI NEL CORSO

- Frazioni
- Proprietà delle potenze
- Potenze di dieci e notazione scientifica
- Manipolazione, semplificazione di espressioni algebriche
- Soluzione di equazioni di primo grado
- Proporzioni
- Conversioni tra unità di misura
- Percentuali
- Funzioni e loro rappresentazione grafica
- Angoli, elementi di trigonometria
- Elementi di geometria

SOMMA ALGEBRICA

Nell'algebra dei numeri relativi, una espressione contenente addizioni e sottrazioni numeriche e letterali

$$3 - 2z + 5 - 8y - 4$$

viene sempre considerata come una somma algebrica, ovvero intesa come somma di numeri relativi:

$$+3 + (-2z) + (+5) + (-8y) + (-4)$$

Per lo scioglimento delle parentesi in una espressione si elimina la parentesi:

- se preceduta dal segno +
- cambiando segno a tutti i fattori al suo interno se preceduta dal segno -

$$+(4x - 2y + 3z) = 4x - 2y + 3z$$

$$-(4x - 2y + 3z) = -4x + 2y - 3z$$

LE 4 OPERAZIONI

Addizione (somma)

$(-2) + (-6) = -8$

$(-13) + (+9) = -4$

Addendi concordi: somma dei moduli stesso segno

Addendi discordi: diff.za dei moduli segno dell'addendo di modulo maggiore

Sottrazione (differenza)

$(-4) - (-9) = (-4) + (+9) = +5$

Si ottiene sommando al primo numero (minuendo) l'opposto del secondo (sottraendo)

Sottrazione (differenza)

$(-4) - (-9) = (-4) + (+9) = +5$

Si ottiene sommando al primo numero (minuendo) l'opposto del secondo (sottraendo)

Moltiplicazione (prodotto)

$(-4)(-3)(-7) = -84$

$(+4)(-3)(-7) = +84$

Il modulo è il prodotto dei moduli

Segno è positivo -> **(+ · +)** **(- · -)**

Segno è negativo -> **(+ · -)**

Divisione (quoziente o rapporto)

$(-21):(+7)=(-21)(+1/7)=-3$

Si ottiene moltiplicando il dividendo per il reciproco del divisore

FRAZIONI

Una frazione è un rapporto tra due numeri a e b

$$\frac{a}{b}$$

numeratore

denominatore

Frazioni equivalenti

Dividendo o moltiplicando numeratore e denominatore per un fattore comune, la frazione non cambia. Es:

$$\frac{a}{b} = \frac{\cancel{c}}{\cancel{c}}\frac{a}{b}$$

$$\frac{3}{6} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{6}{12}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{3}{6} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{12}$$

sono frazioni equivalenti

Riduzione ai minimi termini

Esprimere una frazione in una forma equivalente con valori minimi del numeratore e denominatore (divisione per tutti i fattori comuni) Es:

$$\frac{4}{10} = \frac{\cancel{2} * 2}{\cancel{2} * 5} = \frac{2}{5}$$

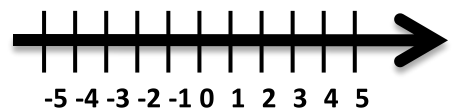
GRAFICI CARTESIANI

I dati possono essere rappresentati attraverso grafici allo scopo di comunicare più immediatamente.

I grafici che tratteremo adesso sono quelli cartesiani

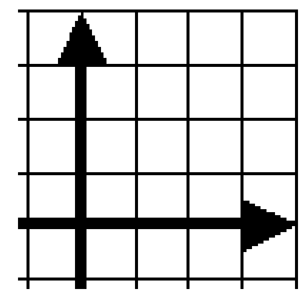
Sistema di coordinate sulla retta

(variabili monodimensionali X)



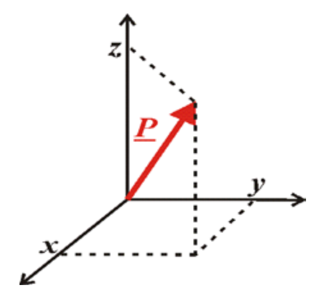
Sistema di coordinate sul piano

(variabili bidimensionali X,Y)



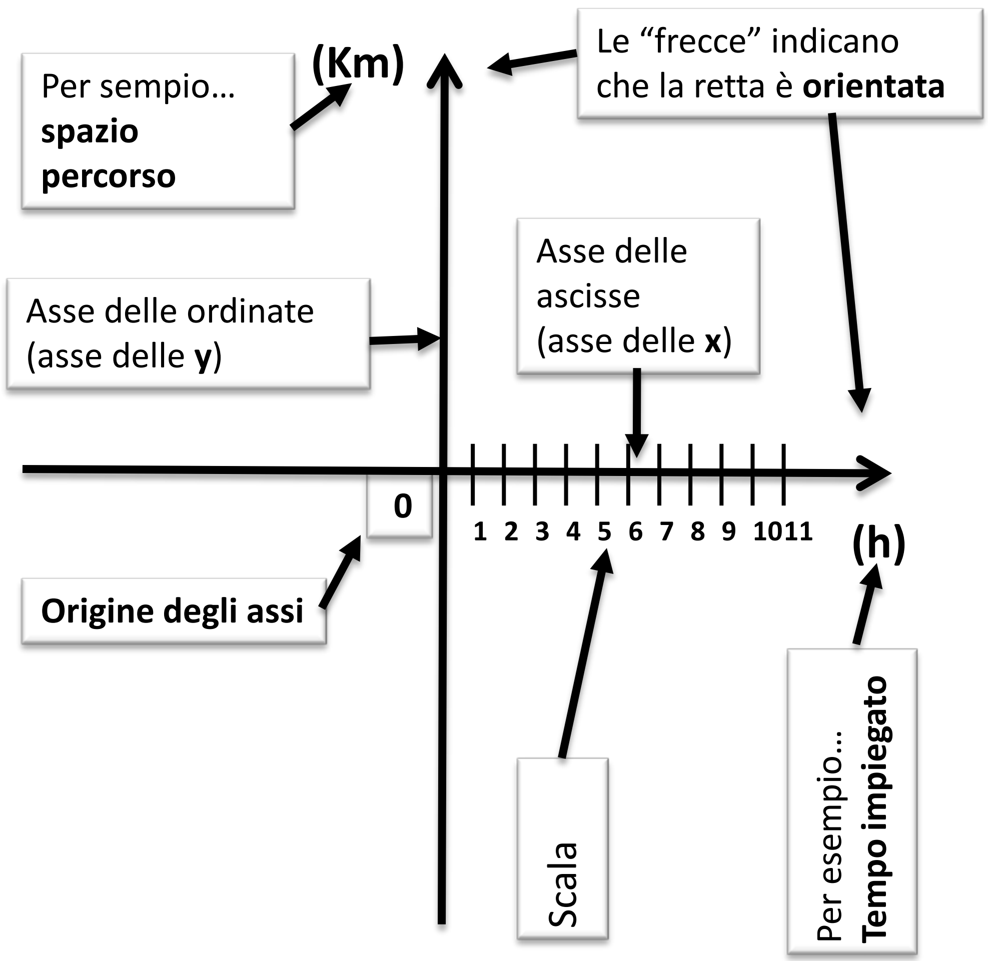
Sistema di coordinate nello spazio

(variabili tridimensionali X,Y,Z)



GRAFICI CARTESIANI NEL PIANO

Per costruire un grafico relativo ad una serie di dati (ordinati in una tabella) è necessario:



1. **disegnare due rette perpendicolari tra loro**
2. **assegnare ad ogni asse la grandezza che si vuole rappresentare…..**
3. **assegnare le unità di misura**

ABBIAMO COSÌ COSTRUITO UN PIANO CARTESIANO

GRAFICI CARTESIANI LA SCALA E LE COORDINATE

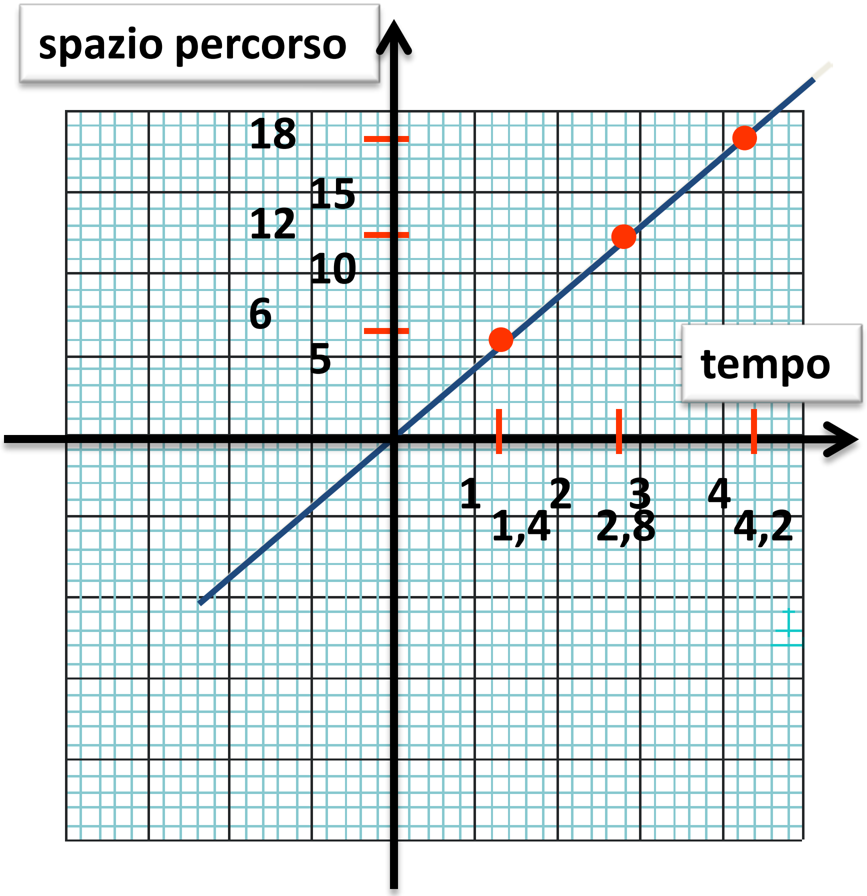


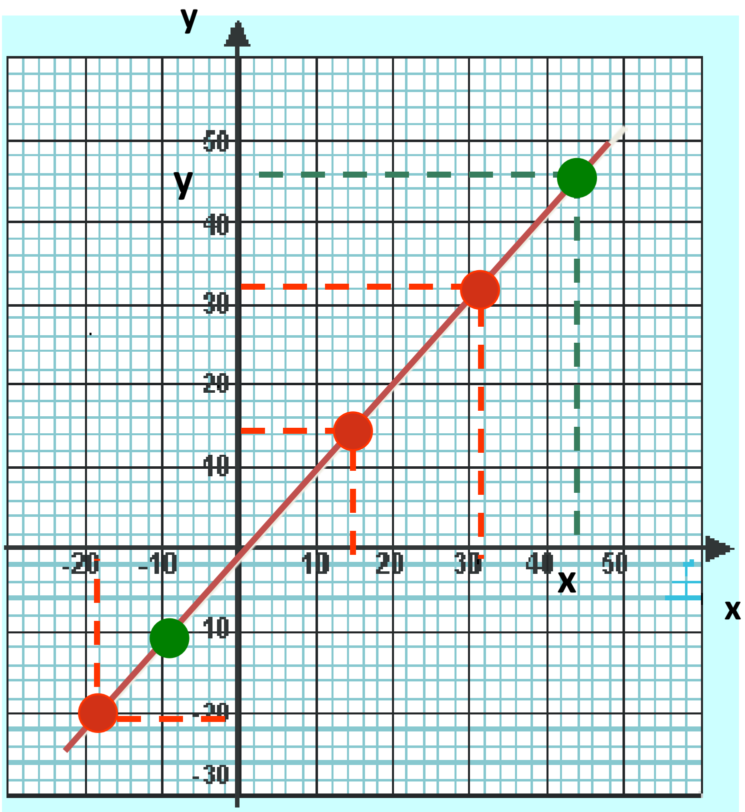
TABELLA DATI

tempo	1,4	2,8	4,2
spazio	6,0	12,0	18,0

4. scegliere opportunamente le scale di misura per rappresentare le grandezze
5. inserire i valori (dalla tabella) sull'asse di appartenenza, secondo la scala stabilita
6. per ogni coppia di valori (coordinate), individuare un punto sul piano
7. unire i punti e tracciare la "curva" (la linea che risulta sul grafico cartesiano si definisce "CURVA", indipendentemente dalla sua forma)

Se possibile, utilizzare una griglia (carta millimetrata) che faciliti l'assegnazione dei valori agli assi cartesiani

GRAFICI CARTESIANI: LA RETTA



Quando i punti rappresentati sul piano cartesiano sono tutti allineati fra loro, la curva che si ottiene prende il nome di retta

Osservate il piano cartesiano:

Per ottenere la retta sono state utilizzate tre coppie di valori

alla retta, una volta tracciata, appartengono tutti i punti del piano che la compongono

Ogni punto sulla retta è generato da una coppia di valori x e y – infiniti punti

PROPORZIONALITÀ DIRETTA

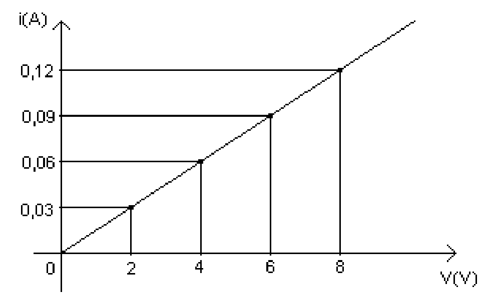
In generale quando due grandezze x e y sono tali che il loro <u>rapporto si mantiene costante</u> diremo allora che le due grandezze sono *direttamente proporzionali.*

Y/X=K   **(dove k è un numero si chiamata la costante di proporzionalità)**

In altre parole X e Y sono direttamente proporzionali se:

X raddoppia Y raddoppia, X triplica Y triplica, Ecc.

La formula Y=KX rappresenta una retta su
Un piano cartesiano passante per l'origine



<u>legge della proporzionalità diretta</u>.

PROPORZIONALITÀ INVERSA

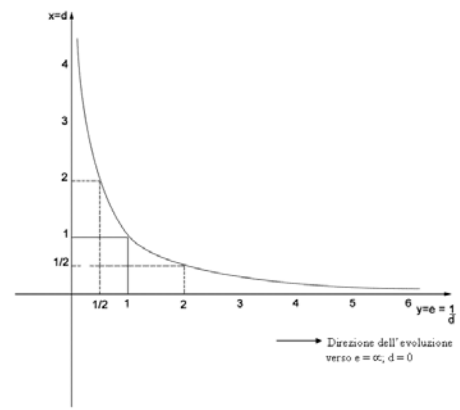
Due quantità x e y si dicono inversamente proporzionali se esiste una costante non nulla k tale che si può affermare:

Y = K / X **(dove k rappresenta una qualsiasi costante)**

In altre parole X e Y sono inversamente proporzionali se:

X raddoppia Y dimezza, X triplica Y diventa 1/3, Ecc.

La formula Y=K/X rappresenta una **<u>iperbole equilatera</u>**

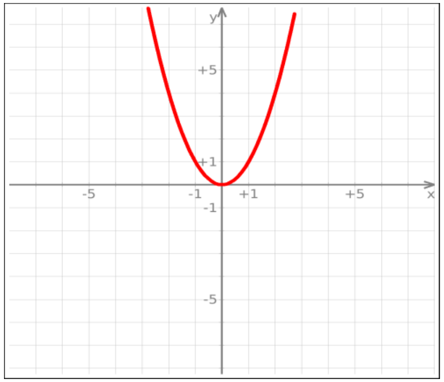


<u>legge della proporzionalità inversa</u>.

PROPORZIONALITÀ QUADRATICA

Si ha una proporzionalità quadratica tra due grandezze x e y quando la grandezza variabile y è direttamente proporzionale al quadrato di una grandezza x.
le due grandezze dalla relazione:

$Y=K X^2$ **(dove k è una costante)**

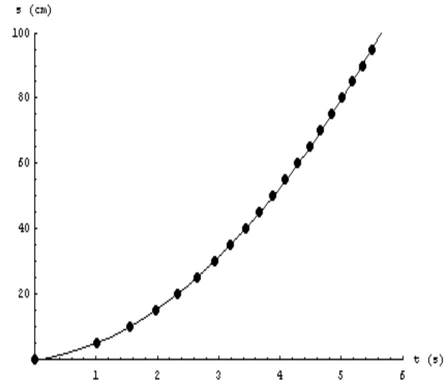


In termini elementari si può dire che se:

x raddoppia, y diventa quattro volte più grande;

x triplica, y diventa nove volte più grande ecc.

La formula $Y=K X^2$ rappresenta una **parabola**



<u>legge della proporzionalità quadratica</u>.

NOTAZIONE SCIENTIFICA LA POTENZA DI 10

La notazione scientifica consiste nel trasformare un numero come il prodotto di un numero minore di dieci per una potenza decimale.

$345678 = 3{,}45678 \times 10^{5}$

$0{,}0000678 = 6{,}78 \times 10^{-5}$

$10^{-5} = 0{,}00001$

Il numero deve essere scritto mettendo la virgola dopo la prima cifra che deve essere diversa da zero e moltiplicarlo per le relativa potenza di 10, positiva o negativa

Serve per <u>facilitare i calcoli</u> e ridurre le cifre da scrivere

PROPRIETÀ DELLE POTENZE

MOLTIPLICAZIONE: $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$ Esempio $10^5 \times 10^3 = 10^8$

DIVISIONE: $10^m / 10^n = 10^{m-n}$ Esempio $10^8 / 10^3 = 10^5$

POTENZA DI POTENZA: $(10^m)^n = 10^{m \times n}$ Esempio $(10^3)^2 = 10^{3\times2}$

Gli esponenti si sommano in modo algebrico (si considerano i segni)

ESPRESSIONI CON POTENZA

$2 \times 10^4 \times 3 \times 10^3 \times (4 \times 10^4)^2 = ?$

Per risolverla bisogna prima fare le operazioni nelle parentisi (con le eventuali priorità), poi le operazioni tra i coefficienti ed in ultimo le operazioni tra le potenze di dieci

$2 \times 10^4 \times 3 \times 10^3 \times (4 \times 10^4)^2 = 2 \times 10^4 \times 3 \times 10^3 \times 4 \times 10^8 =$

$= (2\times3\times4) \times (10^4 \times 10^3 \times 10^8) = 24 \times 10^{15}$

LE PROPORZIONI

Sono dei rapporti che hanno lo stesso risultato

$$\frac{25}{5} = 5 \qquad\qquad 5 = \frac{15}{3}$$

ESTREMI

Che può essere riscritta: $25 : 5 = 15 : 3$

MEDI

$$\frac{25}{5} = \frac{15}{3}$$

PROPRIETÀ DELLE PROPORZIONI

Se uno dei quattro numeri di una proporzione è incognito si può calcolare così:

PRIMO CASO

il prodotto dei due medi conosciuti diviso l'estremo medio noto

SECONDO CASO

il prodotto dei due estremi conosciuti diviso il medio

ESEMPIO 25 :5 = 15 : X manca un estremo - Rientra nel primo caso: prodotto dei due medi conosciuti diviso l'estremo medio noto

RISOLUZIONE:

$$X = \frac{5 \times 15}{25} = 3$$

LA PERCENTUALE

La percentuale è un rapporto che ha come denominatore 100

Una percentuale esprime le quantità di una determinata grandezza corrispondente a 100 unità di un’altra grandezza e, perciò, è un rapporto con denominatore 100, che si dice ragione percentuale

es. 5% = 5 / 100= 0,05

Se volessimo calcolare il 5% di una determinata grandezza esempio 12.340

Il risultato si ottiene: 12.340x5/100=617

0ppure direttamente 12.340x0,05=617