STATICA DEI CORPI RIGIDI

STUDIA L'EQUILIBRIO

In questa lezione affronteremo l'equilibrio del punto materiale e del corpo rigido

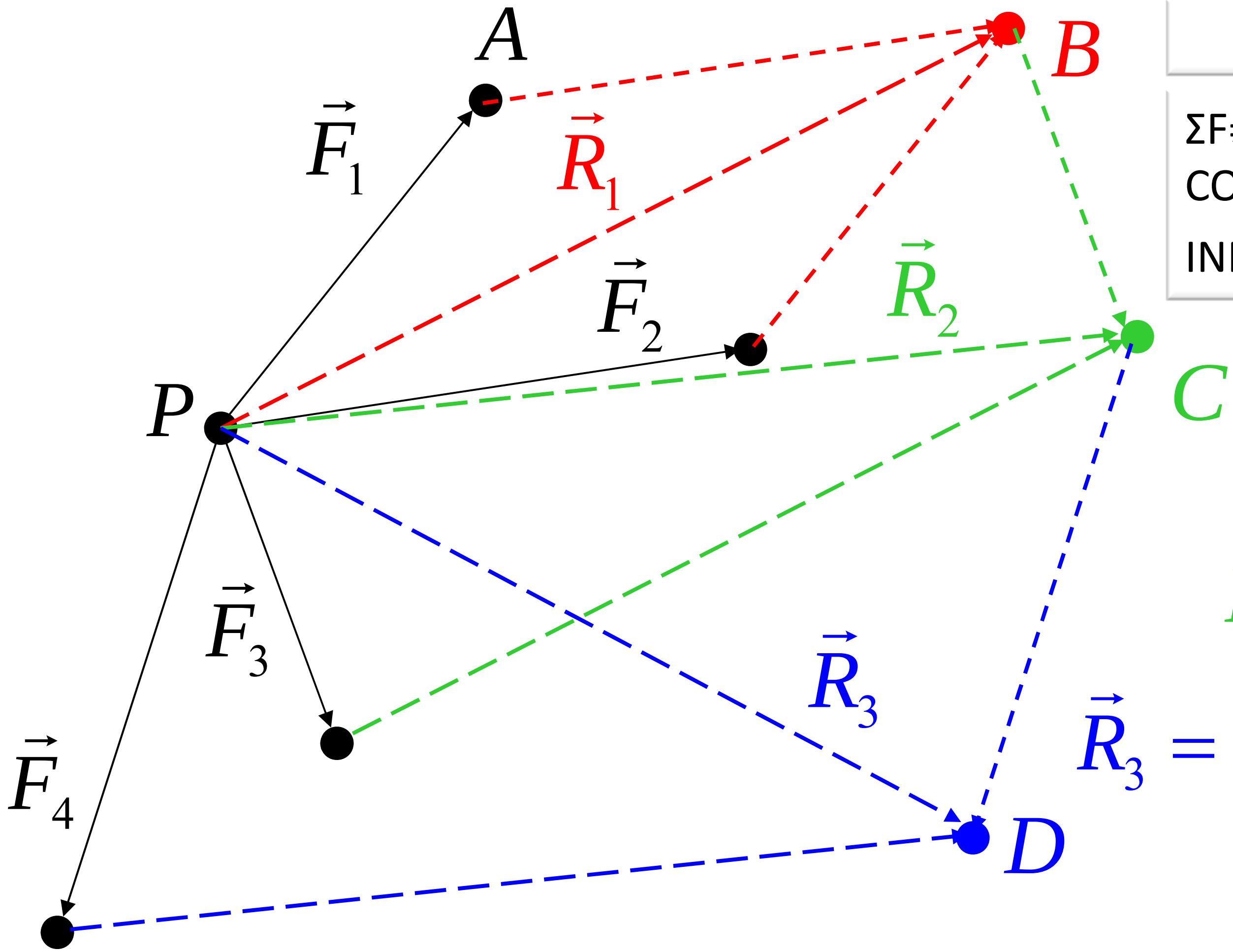
STATICA DEI CORPI RIGIDI

Equilibrio del punto materiale→ΣF=0?

COMPOSIZIONE DI FORZE

ΣF=0 (EQUILIBRIO)

ΣF≠0 (NON EQUILIBRIO)
COME NELL'ESEMPIO
INFATTI **ΣF=R$_3$ ≠ 0**



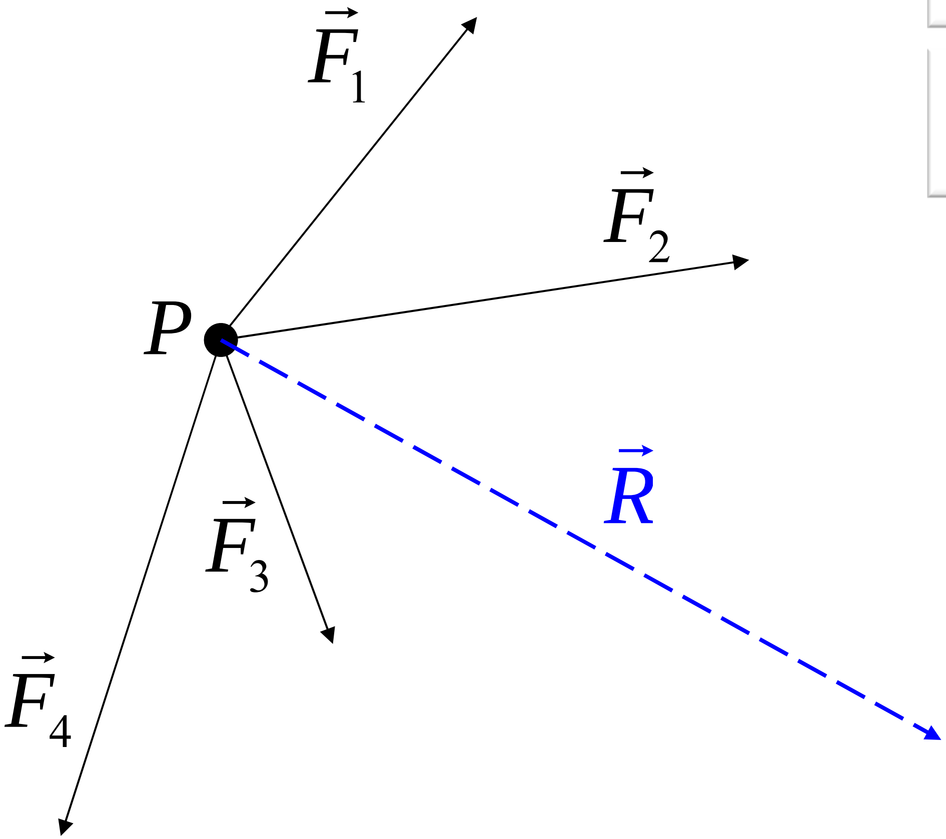
$$\vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{R}_2 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\vec{R}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

STATICA DEI CORPI RIGIDI

Equilibrio del punto materiale



$\Sigma F = 0$ (EQUILIBRIO)

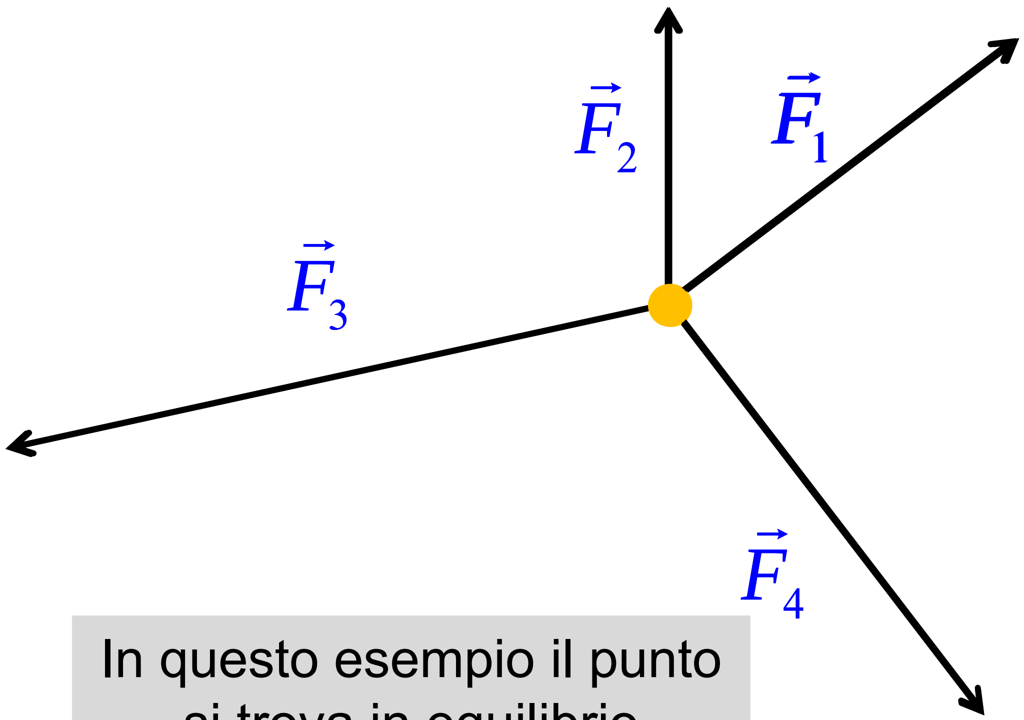
$\Sigma F \neq 0$ (NON EQUILIBRIO)

$\Sigma F = R \neq 0$

STATICA DEI CORPI RIGIDI

Equilibrio del punto materiale

Il punto materiale è in equilibrio se la risultante delle forze è nulla.



$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{0}$$

In questo esempio il punto si trova in equilibrio

Condizione necessaria e sufficiente affinché un punto sia in equilibrio e che la somma delle forze è uguale a zero

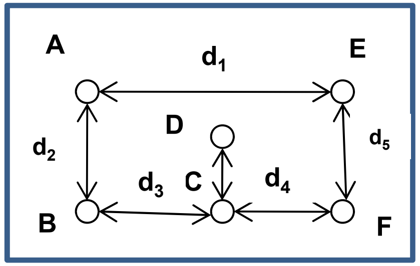
STATICA DEI CORPI RIGIDI

EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO

PRIMA DI PARLARE DELL'EQUILIBRIO BISOGNA DEFINIRE CHE COS'È UN CORPO RIGIDO

Un corpo rigido è definito come un corpo in cui la distanza tra i punti rimane costante nel tempo

Esempio:



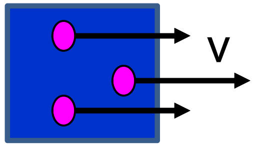
d_i = Costante

STATICA DEI CORPI RIGIDI

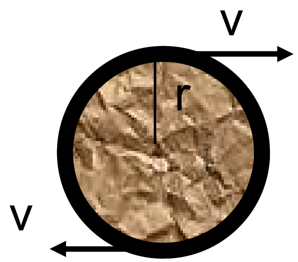
EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO

UN CORPO RIGIDO SI PUÒ MUOVERE DI MOTO:

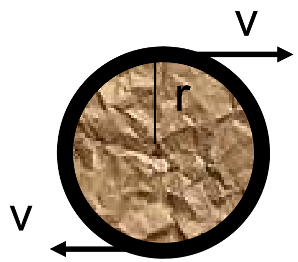
1. **puramente traslatorio** quando tutte le sue particelle hanno la stessa velocità istantanea



2. **puramente rotatorio** quando tutte le sue particelle hanno la stessa velocità angolare istantanea e percorrono traiet-torie circolari attorno a una retta, che prende il nome di asse di rotazione.



3. **Rototraslatorio** è la combinazione di un moto traslatorio e di un moto rotatorio



STATICA DEI CORPI RIGIDI

EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO

SOMMA DELLE FORZE ≠ 0
+
SOMMA DEI MOMENTI = 0

➡ **MOTO TRASLATORIO**

SOMMA DELLE FORZE = 0
+
SOMMA DEI MOMENTI ≠ 0

➡ **MOTO ROTATORIO**

SOMMA DELLE FORZE ≠ 0
+
SOMMA DEI MOMENTI ≠ 0

➡ **MOTO ROTOTRASLATORIO**

STATICA DEI CORPI RIGIDI

EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO

Un corpo rigido è in equilibrio meccanico quando è in equilibrio alla traslazione e alla rotazione

Le condizioni che esprimono quanto suddetto sono:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_i} = 0 & \text{(equilibrio traslatorio)} \\ \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{M_i} = 0 & \text{(equilibrio rotatorio)} \end{cases}$$

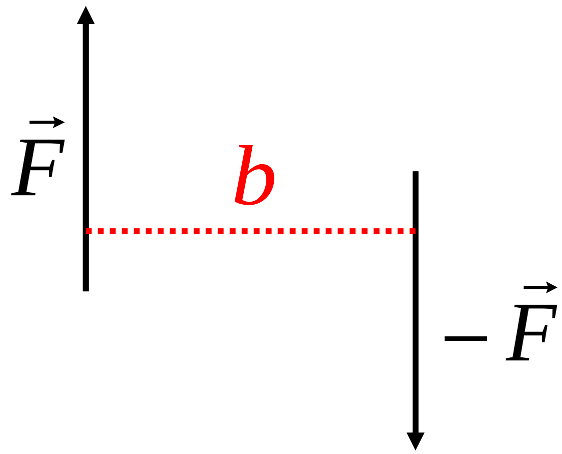
STATICA DEI CORPI RIGIDI

EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO: COPPIE DI FORZE

SI CHIAMA <u>*COPPIA DI FORZE*</u> DUE FORZE CON LE SEGUENTI CARATTERISTICHE:

1. Appartengono allo stesso piano;
2. Hanno uguale intensità;
3. Hanno direzione opposta;
4. Sono applicate in punti diversi di uno stesso corpo rigido

Una coppia di forze genera una grandezza vettoriale che si chiama Momento $\vec{M}$



$\vec{M} = \vec{F} \cdot \vec{b}$ Prodotto vettoriale di F per b

STATICA DEI CORPI RIGIDI

EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO: COPPIE DI FORZE

Abbiamo definito il momento una grandezza vettoriale per cui è necessario definire:

INTENSITÀ	prodotto della forza per il braccio (minima distanza tra le rette)	$M = F \cdot b$
DIREZIONE	Ortogonale al piano che contiene la coppia di forze	
VERSO	Si può stabilire con regola del cavatappi o della mano destra	

REGOLA DEL CAVATAPPI: Il verso del momento è quello di avanzamento di un cavatappi quando questo ruota nello stesso senso della coppia.

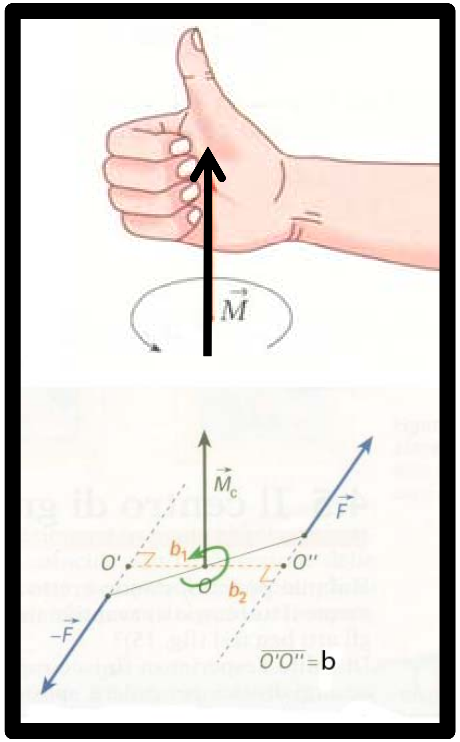
REGOLA DELLA MANO DESTRA: disponendo le dita secondo il senso di rotazione impresso dalla coppia, il pollice indica la direzione e il verso del momento.

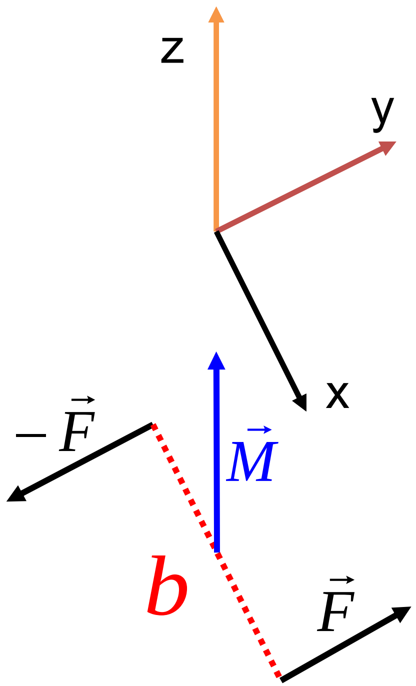
STATICA DEI CORPI RIGIDI

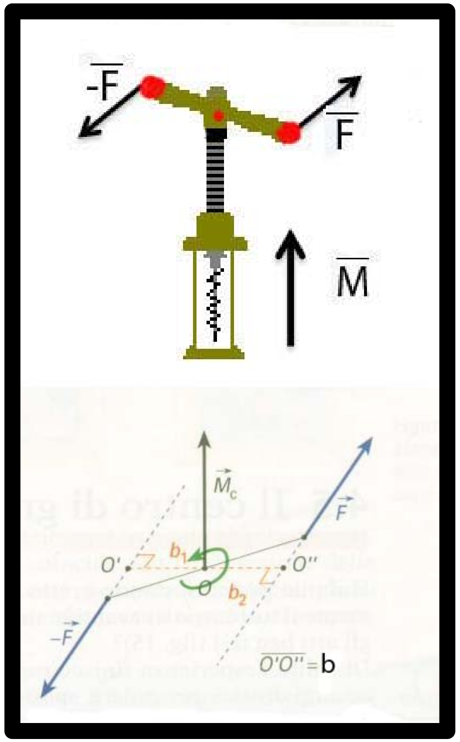
EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO: COPPIE DI FORZE-DIREZIONE E VERSO

REGOLA DELLA MANO DESTRA: disponendo le dita secondo il senso di rotazione impresso dalla coppia, il pollice indica la direzione e il verso del momento.

REGOLA DEL CAVATAPPI: Il verso del momento è quello di avanzamento di un cavatappi quando questo ruota nello stesso senso della coppia.







STATICA DEI CORPI RIGIDI

EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO: LEVE

Le leve sono macchine semplici, costituite da sbarre (oggetti) rigidi girevoli intorno ad un punto fisso, detto *fulcro.*
Con una leva* si può fare equilibrio ad una forza (la *resistenza) mediante* un'altra forza (la *potenza).

Le leve possono essere staticamente:

1.Vantaggiose: quando la potenza è **minore** resistenza.
In questo caso, però, la velocità e l'ampiezza del movimento sono piccole (svantaggio dinamico).

2.Svantaggiose: quando la potenza è **maggiore** resistenza
In questo caso, la velocità e l'ampiezza del movimento sono grandi (vantaggio dinamico).

3.Indifferenti: quando la potenza è **uguale** resistenza.
Un pareggio statico provoca automaticamente anche un pareggio dinamico.

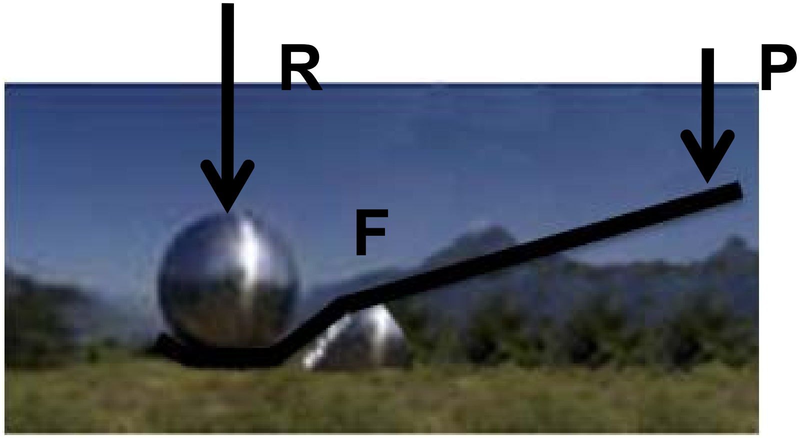
STATICA DEI CORPI RIGIDI

EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO: LEVE

“Datemi una leva e un punto d’appoggio e vi sollleverò il mondo…”

Archimede

La frase di Archimede è teoricamente realizzabile con una leva che abbia un vantaggio statico e un punto d’appoggio adeguato (In pratica no!)



R = RESISTENZA

F = FULCRO

P = POTENZA

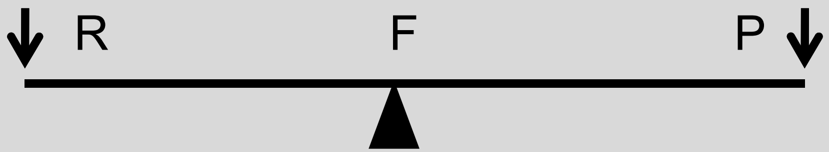
STATICA DEI CORPI RIGIDI

EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDO: LEVE

Le leve possono essere classificate in tre tipi:

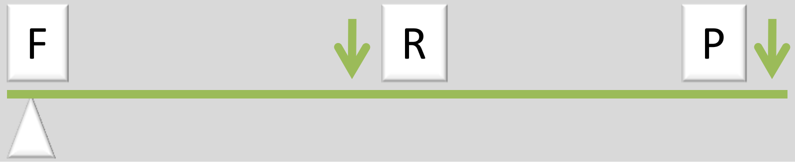
- ✓**Leva di 1° genere**

  Il fulcro (F) si trova tra la potenza (P) e la resistenza (R).



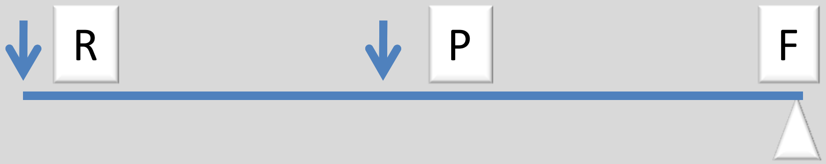
- ✓**Leva di 2° genere**

  La resistenza (R) si trova tra la potenza (P) e il fulcro (F)



- ✓**Leva di 3° genere**

  La potenza (P) si trova tra la resistenza (R) e il fulcro (F).

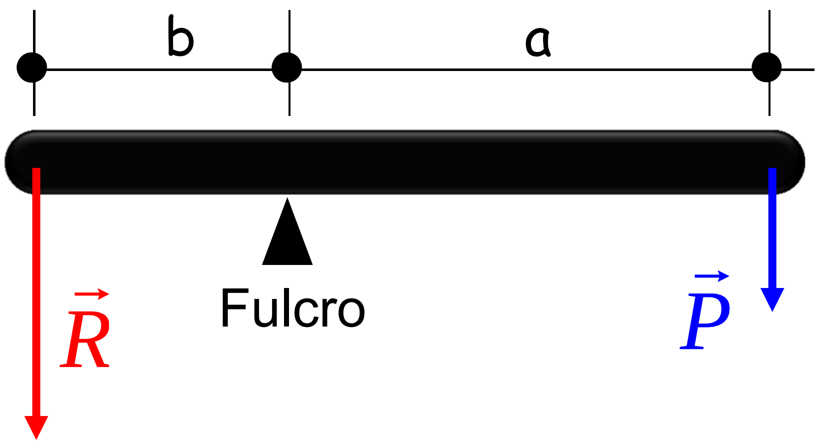


STATICA DEI CORPI RIGIDI

EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDOLEVA DI 1° GENERE

Leva di primo genere: Il fulcro si trova tra R e P

Condizione di equilibrio:



Vantaggiosa solo se a>b

Svantaggiosa solo se a<b

Indifferente solo se a=b

Questo si dimostra imponendo l'equilibrio alla rotazione ossia:

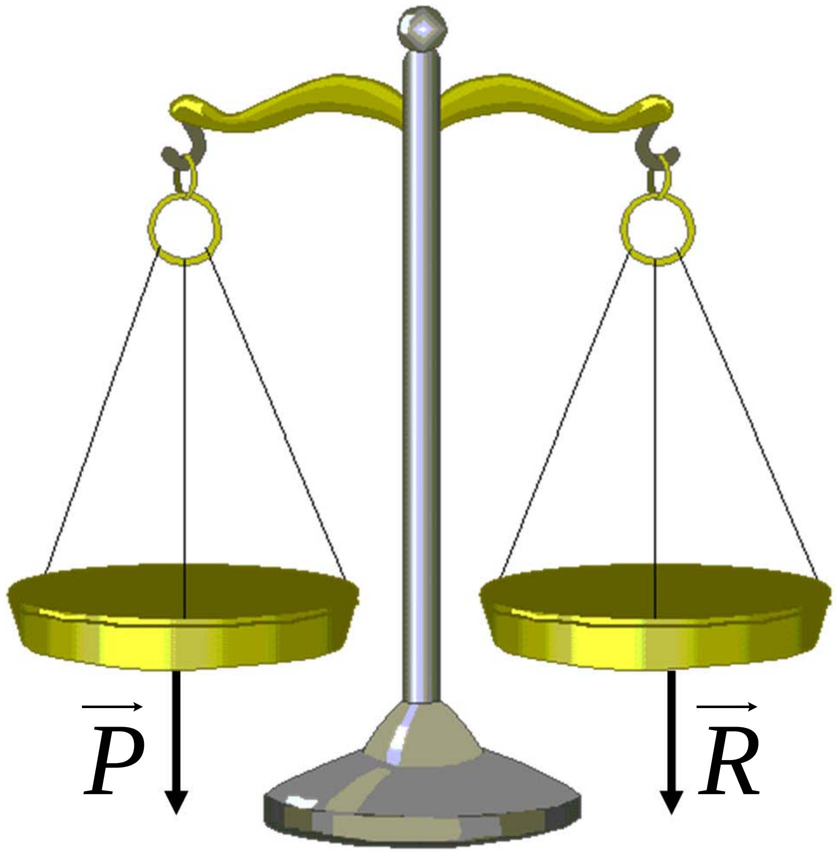
$$\overrightarrow{M}_R = \overrightarrow{M}_P \Rightarrow \quad \vec{R} * b = \vec{P} * a$$

Da cui

$$\vec{P} = \frac{b}{a} \vec{R}$$

STATICA DEI CORPI RIGIDI

ESEMPIO DI LEVA DI 1° GENERE: BILANCIA A DUE PIATTI

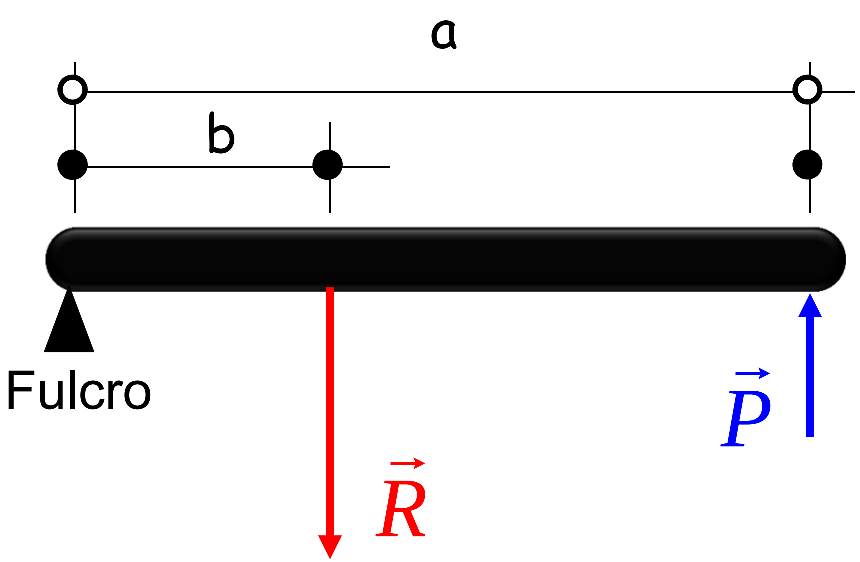


STATICA DEI CORPI RIGIDI

EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDOLEVA DI 2° GENERE

Leva di secondo genere: R si trova tra il fulcro e P

Condizione di equilibrio:



È sempre vantaggiosa in quanto a è sempre maggiore di b (a>b)

Questo si dimostra imponendo l'equilibrio alla rotazione ossia:

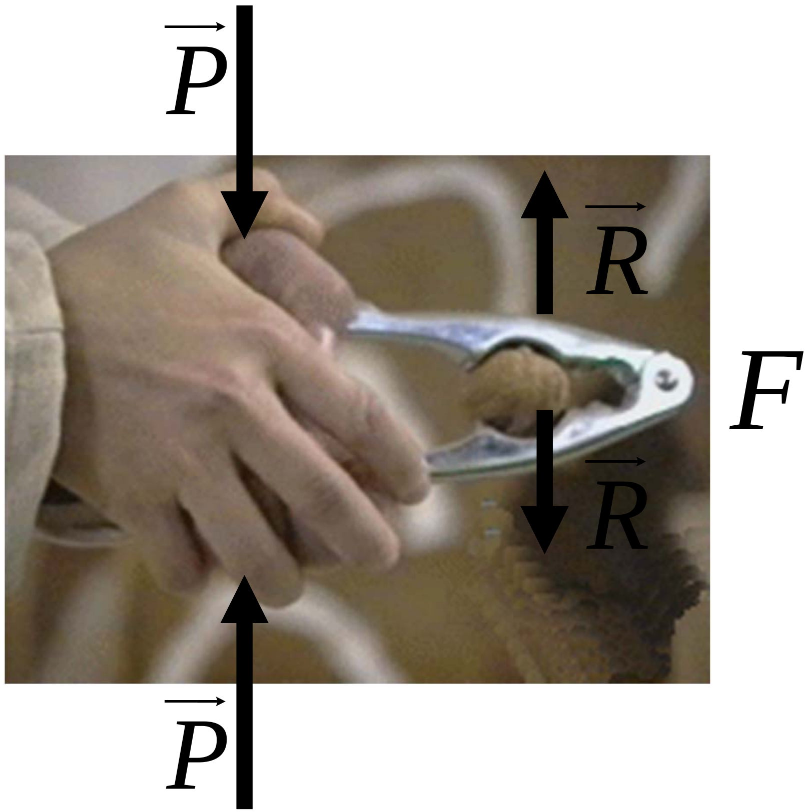
$$\overrightarrow{M}_R = \overrightarrow{M}_P \Rightarrow \quad \vec{R} * b = \vec{P} * a$$

Da cui $$\vec{P} = \frac{b}{}\vec{R}$$

b/a<1 di conseguenza R<P

STATICA DEI CORPI RIGIDI

ESEMPIO DI LEVA DI 2° GENERE: SCHIACCIA NOCI

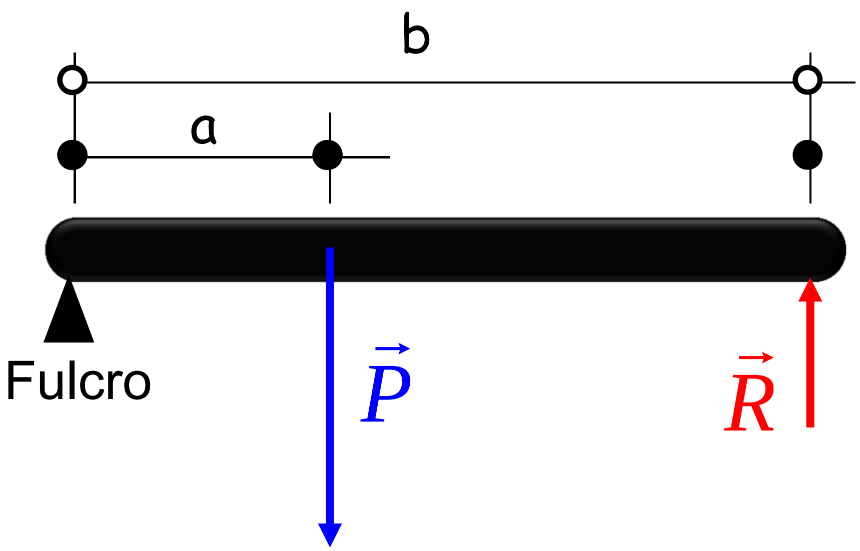


STATICA DEI CORPI RIGIDI

EQUILIBRIO DEL CORPO RIGIDOLEVA DI 3° GENERE

Leva di terzo genere: P si trova tra il fulcro e R

Condizione di equilibrio:



È sempre vantaggiosa in quanto a è sempre maggiore di b (a>b)

Questo si dimostra imponendo l'equilibrio alla rotazione ossia:

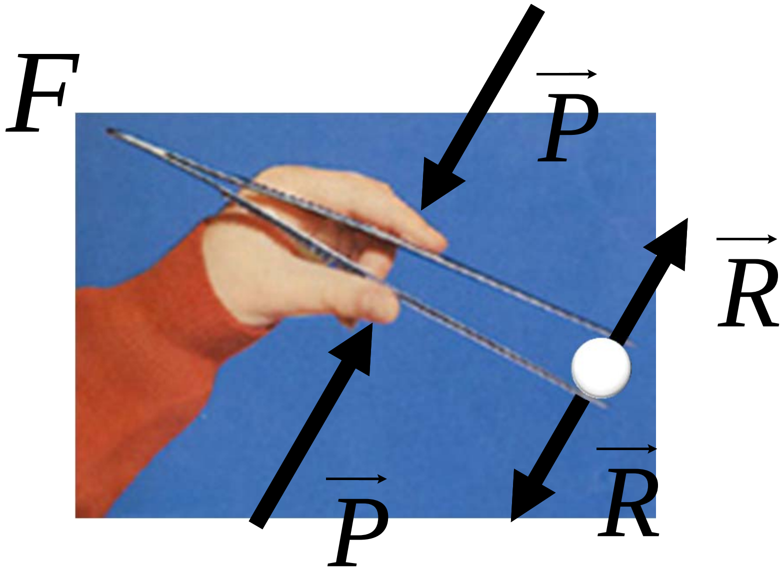
$$\overrightarrow{M}_R = \overrightarrow{M}_P \Rightarrow \quad \vec{R} * b = \vec{P} * a$$

Da cui
$$\vec{P} = \frac{b}{a} \vec{R}$$

b/a>1 di conseguenza P>R

STATICA DEI CORPI RIGIDI

ESEMPIO: LEVA DI 3° GENERE (PINZETTA)



STATICA DEI CORPI RIGIDI

TIPI DI EQUILIBRIO

Abbiamo visto che un corpo rigido soggetto a sollecitazioni esterne è in equilibrio quando:

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_i = \vec{0} \\ \sum \vec{M}_i = \vec{0} \end{cases}$$

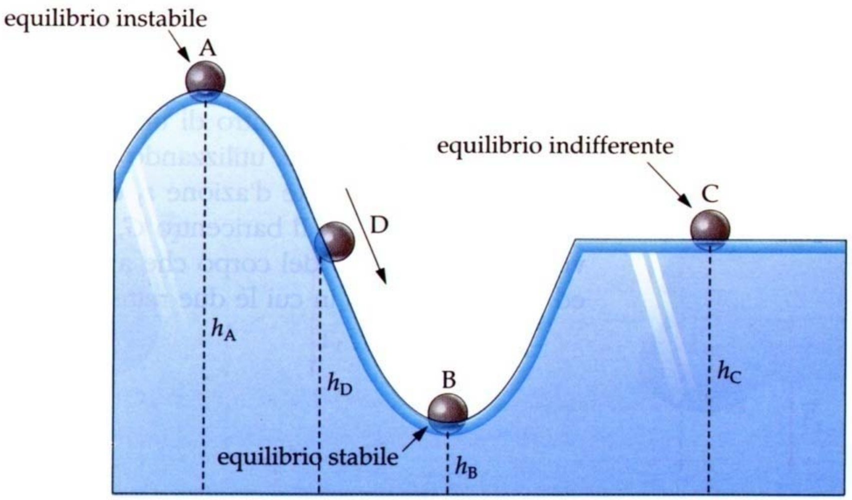
Ma è sufficiente dire che un corpo rigido è in equilibrio quando è fermo? (R. no)

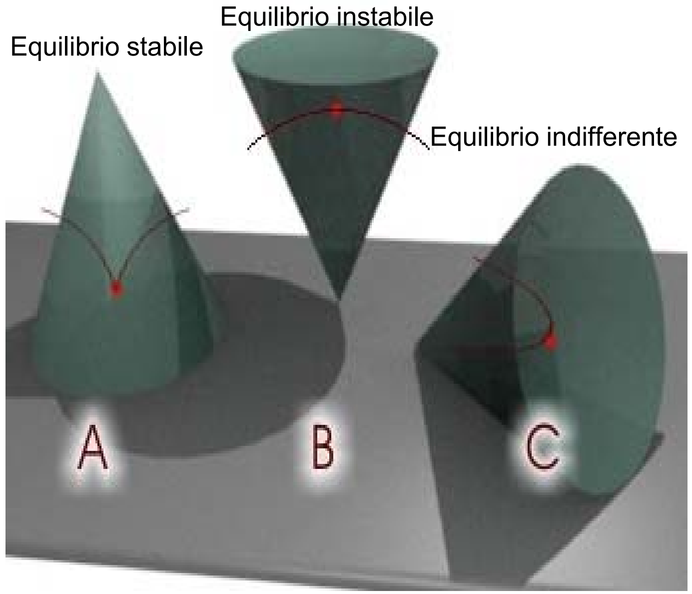
TIPI D'EQUILIBRIO

INDIFFERENTE	Quando il corpo scostato lievemente dalla sua posizione di equilibrio assume ancora una nuova posizione di equilibrio diversa da quella iniziale.
STABILE	Quando il corpo scostato lievemente dalla sua posizione di equilibrio riprendere la posizione di equilibrio che aveva inizialmente.
INSTABILE	Quando il corpo scostato lievemente dalla sua posizione di equilibrio perde l'equilibrio che aveva inizialmente.

STATICA DEI CORPI RIGIDI

TIPI DI EQUILIBRIO: ESEMPI





STATICA DEI CORPI RIGIDI

È possibile studiare l'equilibrio dei corpi partendo dalla posizione del loro baricentro e del centro di massa

Definiamo prima il **baricentro** e il **centro di massa**

BARICENTRO

Il baricentro è il centro della figura geometrica

CENTRO DI MASSA

Il centro di massa è il punto dove è applicata la forza risultante di gravità (centro di gravità)

Il baricentro coincide con il centro di massa di un corpo, questo deve avere densità uniforme o omogeneo in un campo gravitazionale uniforme.

STATICA DEI CORPI RIGIDI

Equilibrio e baricentro

TEOREMA DI TORRICELLI

Il baricentro del sistema tende a occupare la posizione più bassa possibile (minima energia).

IN TUTTI I CASI LE CONDIZIONI DA SODDISFARE SONO: $$\sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_i} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{M_i} = 0$$

EQUILIBRIO DEI CORPI LIBERI

CONSIDERAZIONI SU ESPRESSE

EQUILIBRIO DEI CORPI VINCOLATI:

I CORPI POSSONO ESSERE:

SOSPESI

APPOGGIATI

STATICA DEI CORPI RIGIDI

EQUILIBRIO: BARICENTRO E CENTRO DI MASSA

EQUILIBRIO DEI CORPI SOSPESI

Il corpo si trova in una posizione di **equilibrio stabile** se il baricentro o centro di massa (corpi non omogenei) si trova sotto il punto di sospensione, allineato in verticale con il centro di sospensione.

Il corpo si trova in una posizione di **equilibrio instabile** se il baricentro o centro di massa (corpi non omogenei) si trova sopra il punto di sospensione, allineato in verticale con il centro di sospensione. (da questa posizione se il corpo perde la posizione di equilibrio stabile tenderà naturalmente a una posizione di equilibrio stabile.

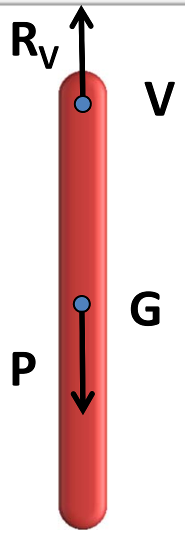
Il corpo si trova in una posizione di **equilibrio indifferente** se il baricentro o centro di massa (corpi non omogenei) COINCIDE con il punto di sospensione.

STATICA DEI CORPI RIGIDI

Equilibrio e baricentro

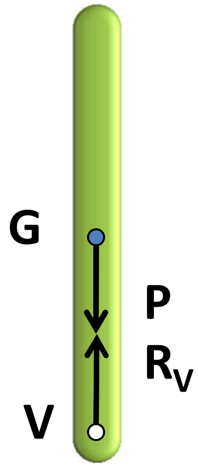
EQUILIBRIO DEI CORPI SOSPESI SOGGETTI ALLA FORZA DI GRAVITÀ: **ESEMPIO**

EQUILIBRIO STABILE



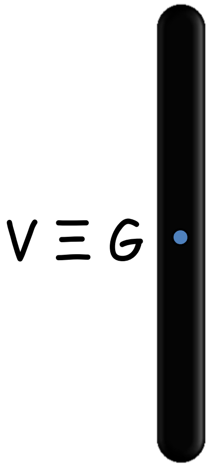
QUANDO G È SOTTO V

EQUILIBRIO INSTABILE



QUANDO G È SOPRA V

EQUILIBRIO INDIFFERENTE



QUANDO G COINCIDE CON V

STATICA DEI CORPI RIGIDI

Equilibrio e baricentro

EQUILIBRIO DEI CORPI APPOGGIATI

Il corpo si trova in una posizione di **equilibrio stabile** se la verticale passante per il baricentro o centro di massa (corpi non omogenei) cade nella base d'appoggio del corpo stesso.

Il corpo si trova in una posizione di **equilibrio instabile** se la verticale passante per il baricentro o centro di massa (corpi non omogenei) cade sul bordo della base d'appoggio del corpo stesso.

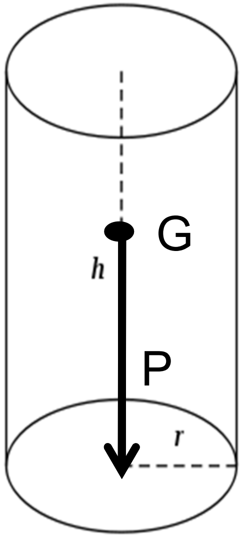
Il corpo **non è in equilibrio** se la verticale passante per il baricentro o centro di massa (corpi non omogenei) cade fuori della base d'appoggio del corpo stesso.

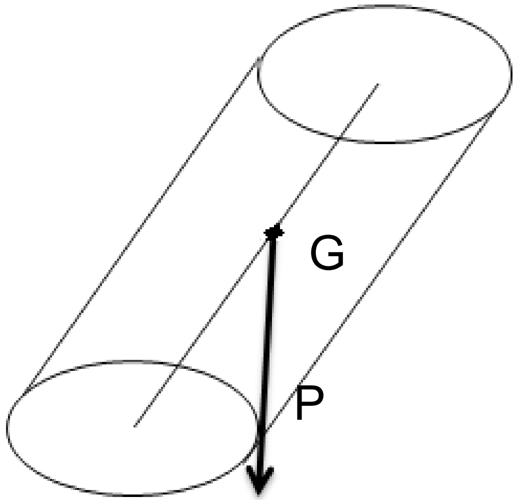
STATICA DEI CORPI RIGIDI

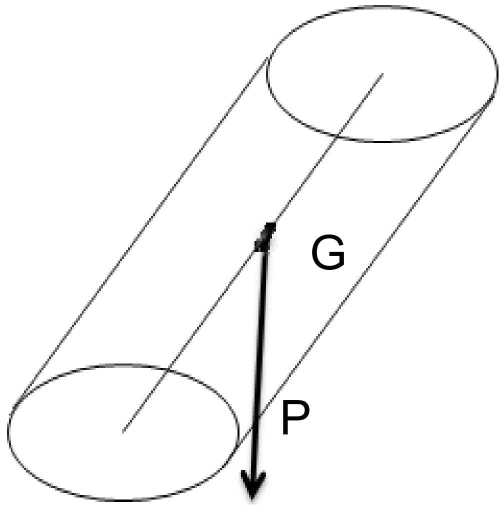
Equilibrio e baricentro

EQUILIBRIO DEI CORPI APPOGGIATI

EQUILIBRIO STABILE | **EQUILIBRIO INSTABILE** | **NON IN EQUILIBRIO**







STATICA DEI CORPI RIGIDI

BARICENTRO O CENTRO DI MASSA: DETERMINAZIONE

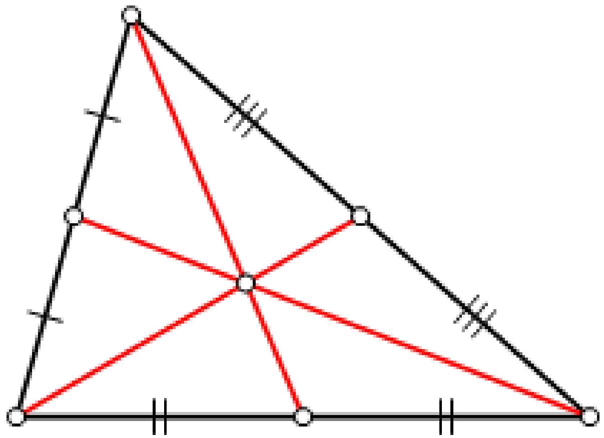
Per la determinazione bisogna distinguere se si tratta di un corpo:

Omogeneo (densità costante) — il baricentro coincide con il centro di massa

Non omogeneo (densità variabile) — il baricentro non coincide con il centro di massa (due punti sono distinti)

NEL CASO DI CORPI OMOGENEI →IL BARICENTRO Ξ CENTRO DI MASSA

in questo caso il punto è il <u>centro della figura geometrica</u>, per esempio il baricentro di un triangolo è il punto di intersezione delle sue mediane, cioè dei segmenti che uniscono ciascun vertice con il punto medio del lato opposto.



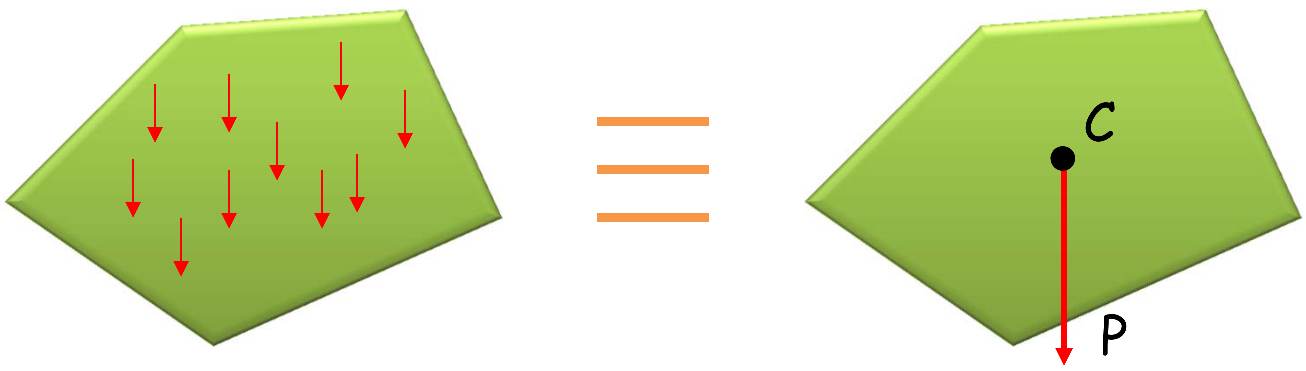
STATICA DEI CORPI RIGIDI

BARICENTRO O CENTRO DI MASSA: DETERMINAZIONE

NEL CASO DI CORPI NON OMOGENEI → IL BARICENTRO ≠ CENTRO DI MASSA

Di seguito illustreremo come si determina il centro di massa (lo stesso metodo si può utilizzare per determinare il baricentro per i corpi omogenei)

Un corpo rigido non omogeneo, comunque complesso, si comporta come se tutto il suo peso fosse concentrato nel centro di massa (C)



STATICA DEI CORPI RIGIDI

IL METODO VALE PER DETERMINARE:

1. baricentro e centro di massa: corpi omogenei
2. centro di massa: corpi omogenei

Il metodo sfrutta quanto detto prima, ossia che la forza di gravità è applicata sul centro di massa.

IL METODO CONSISTE:

1. Si sospende il corpo per un punto (periferico)
2. Si traccia la verticale (eventualmente aiutandosi con un filo a piombo)
3. Si sospende il corpo per un altro punto (sempre periferico)
4. Si traccia l’altra verticale
5. <u>Il punto di intersezione delle due rette è il centro di massa.</u>

STATICA DEI CORPI RIGIDI

IL METODO SPERIMENTALE

Si sospende il corpo per un punto (periferico)

Si traccia la verticale

Si sospende il corpo per un altro punto (sempre periferico)

Si traccia l'altra verticale

<u>Il punto di intersezione delle due rette è il centro di massa.</u>