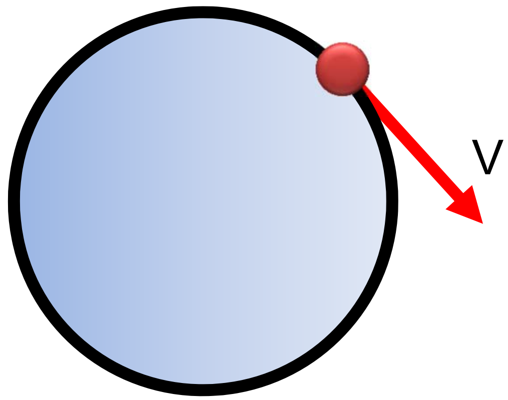
CINEMATICA

(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

Il moto che ci accingiamo a studiare fa parte dei moti piani (moti che avvengono nel piano)

Si dice moto circolare uniforme il moto di un corpo (considerato puntiforme) che avviene:



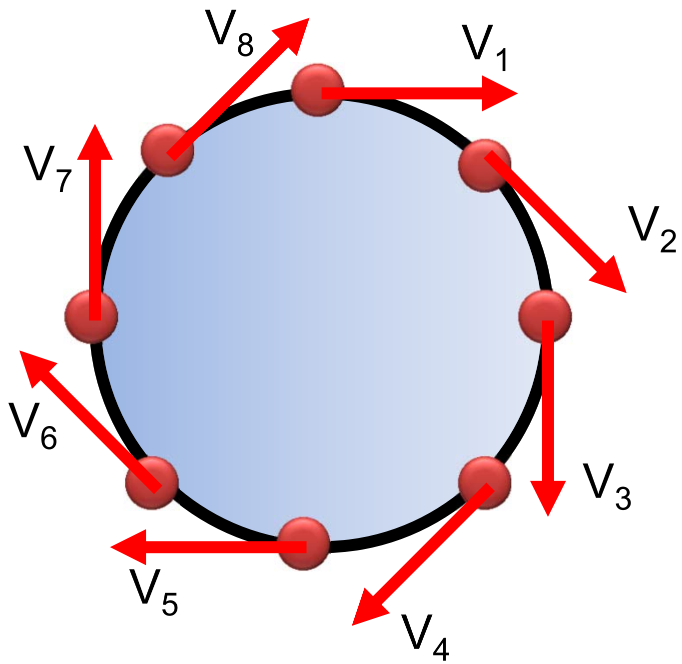
- ✓ *su una traiettoria circolare (una circonferenza)*

- ✓ *con velocità (intensità) costante.*

CINEMATICA

(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

*Dire che **l'intensità della velocità è costante** significa che si mantiene costante solo il valore, mentre la **direzione** della velocità **cambia continuamente.***



La velocità, come ben sappiamo, è un **vettore per cui è** caratterizzata da **intensità, direzione e verso.**

Per il fatto che la velocità cambia di direzione, anche se non cambia in intensità, il moto circolare uniforme è un **moto accelerato.**

Questo fatto è di grande importanza ed è necessario sottolinearlo, perché, siccome il modulo della velocità è costante, si potrebbe essere **tentati di considerarlo un** moto non accelerato.

CINEMATICA

(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

Definiamo ora alcune grandezze relative al moto circolare uniforme :

Periodo

Il periodo è il **tempo impiegato a fare un giro completo. Esso si misura nel S.I in secondi.** Di solito viene indicato con T (maiuscola).

Per esempio, se percorro in auto una rotonda in 20 s , il periodo del moto circolare uniforme che compio è proprio uguale a 20 s , per cui T = 20 s.

Frequenza

La frequenza indica il numero di giri completi effettuati nell'unità di tempo. In genere viene indicata con f (minuscola)

Nel S.I la frequenza si misura in hertz (Hz)

1 Hz è la frequenza di un punto materiale che compie un giro in un secondo.

CINEMATICA

(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

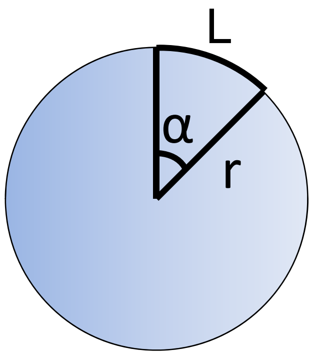
Fra il periodo e la frequenza sussiste la seguente relazione matematica :

$$f = 1 / T$$

Per esempio, se il periodo di un moto circolare uniforme è 5 s ciò significa che il corpo fa un giro completo in 5 secondi. Quanti giri farà al secondo ? Ovviamente 1/5, per cui la frequenza di questo moto sarà 1/5 = 0,2 Hz

Radiante

L'unità di misura che generalmente usiamo per misurare gli angoli è il grado sessagesimale. Questa unità di misura non è nel S.I., infatti in esso l'unità di misura degli angoli che prende il nome di **Radiante.**



Il radiante è l'angolo al centro di una circonferenza,di raggio arbitrario,che sottende un arco di lunghezza uguale al raggio stesso

$$L = \alpha \bullet r$$

Se misuriamo l'angolo in radianti, la lunghezza dell'arco è uguale al prodotto dell'angolo (in radianti) per il raggio.

CINEMATICA

(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

Equivalenza tra gradi sessagesimali e radianti

Sappiamo che un angolo giro è uguale a 360°

Ma se consideriamo un angolo giro la lunghezza dell'arco è proprio uguale alla lunghezza della circonferenza: **L = 2πr**

Poiché sappiamo che se l'angolo è espresso in radianti vale la formula **L= α •r** allora vale anche la sua inversa ➡ $\alpha = \frac{L}{r}$

Siccome la lunghezza della circonferenza (angolo giro di 360°) è **L=2π r,** sostituendo nella precedente: ➡

$$\alpha = 360° = \frac{L}{r} = \frac{2\pi \cancel{r}}{\cancel{r}} = 2\,\pi$$

In definitiva un angolo giro di 360° equivale a 2**π** radianti.

Per trasformare un angolo da gradi (es. 90°) in radianti basta impostare la proporzione seguente: ➡ **2π rad : 360° = x : 90°**

CINEMATICA

(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

Equivalenza da radianti in gradi sessagesimali

Per la trasformazione è necessario impostare sempre la stessa proporzione precedente, cambiando l'incognita nel modo seguente:

2π rad:360° =1 rad:x

Ossia 1 rad vale:

$$x = 1rad = \frac{360 \cdot 1rad}{2\pi} = \frac{360}{6,28} = 57,3°$$

A titolo esemplificativo si riporta in tabella la conversione alcuni particolari valori di angoli nei due sistemi di misura.

Gradi	Radianti
0	0
90	π/2
180	π
270	2π/3
360	2π

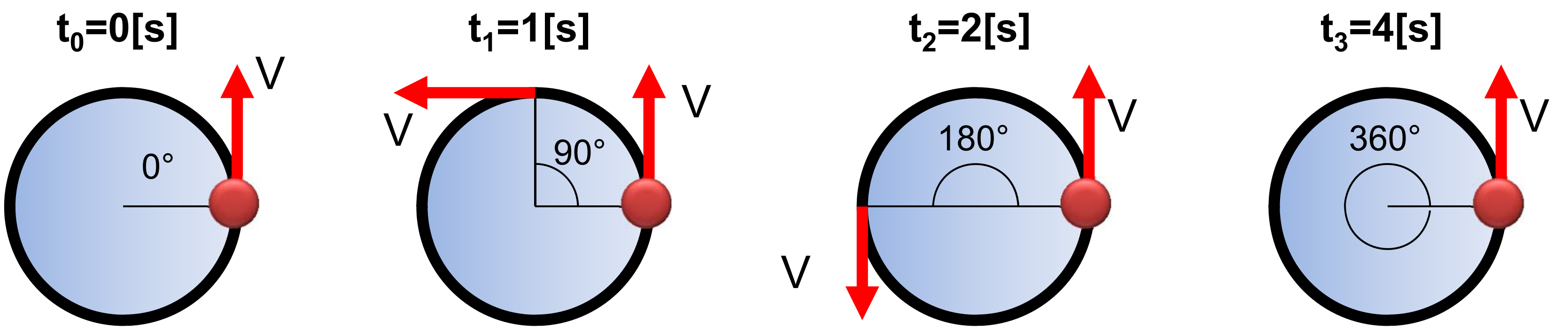
CINEMATICA

(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

Torniamo al moto circolare uniforme, come detto il modulo (intensità) della velocità periferica è costante.

Questo comporta che il punto materiale **percorre archi uguali di circonferenza in tempi uguali**.

Consideriamo un punto P che si muove di moto circolare uniforme e che nell'intervallo di tempo **Δt_1=1 [s]** percorre un quarto di circonferenza, ne segue che nell'intervallo di tempo **Δt_2=2 [s]** percorrerà metà circonferenza, nell'intervallo di tempo **Δt_3=4 [s]** percorrerà metà circonferenza.



CINEMATICA

(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

La velocità tangenziale o periferica

Quando il punto materiale compie un giro completo, lo spazio percorso è proprio uguale alla lunghezza della circonferenza.

Se la circonferenza ha raggio **r** allora **Δ**s = 2**π**r

Mentre il tempo impiegato sarà proprio uguale al periodo **T (l**'unità di misura del periodo nel S.I. è il **secondo**.

Ricordando la definizione della velocità si ha:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\,\pi\, r}{T}$$

In definitiva per calcolare la velocità tangenziale di un punto materiale bisogna usare la formula

$$v = \frac{2\,\pi\, r}{T}$$

CINEMATICA

(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

La velocità angolare

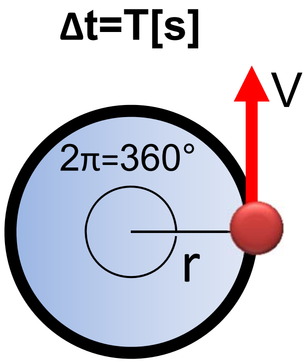
Si definisce **velocità angolare la rapidità con cui si percorrono gli angoli ossia** la quantità:

$$\omega = \frac{\alpha}{\Delta t}$$

α è l'angolo in radianti

Δt è la variazione di tempo

Ricordando che se il punto compie un giro completo, compie cioè un angolo giro, in radianti è di **2π**



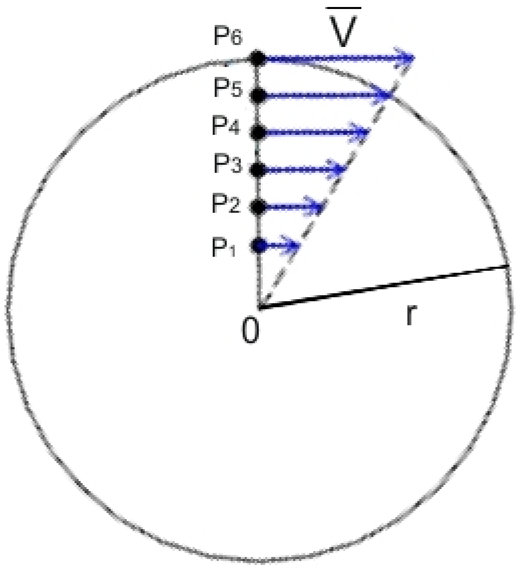
mentre il tempo necessario per compiere un giro completo è detto periodo (T), allora risulta :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

L'unità di misura della velocità angolare è il **rad/s**

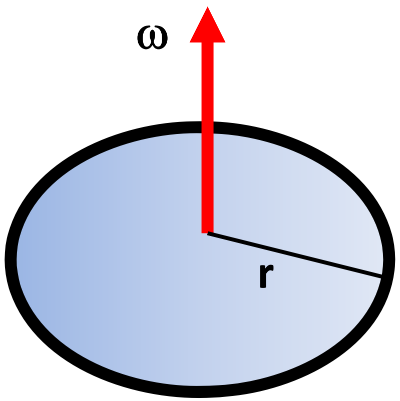
CINEMATICA
(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

La velocità tangenziale o periferica



Si nota che la velocità periferica è funzione di r, pertanto, considerati una serie di punti che ruotano allineati lungo il raggio, la velocità periferica è tanto minore quanto più il punto è vicino al centro di rotazione.

$$V = \frac{2\,\pi\,r}{T}$$



Per quanto riguarda invece la velocità angolare Non dipende dal raggio dove si trova il punto che ruota infatti:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

CINEMATICA

(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

La velocità angolare, velocità periferica e frequenza

Considerando che:	$\omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$
La velocità tangenziale si può esprimere in funzione della velocità angolare, ossia:	$V = \frac{2\pi r}{\mathrm{T}} = \omega r$
Ricordando che la frequenza è data da:	$f = \frac{1}{T}$
Per la velocità tangenziale si può anche scrivere:	$V = \frac{2\,\pi\,\mathrm{r}}{\mathrm{T}} = 2\pi r f$
Mentre per la velocità angolare si può anche scrivere:	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\, f$

CINEMATICA
(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

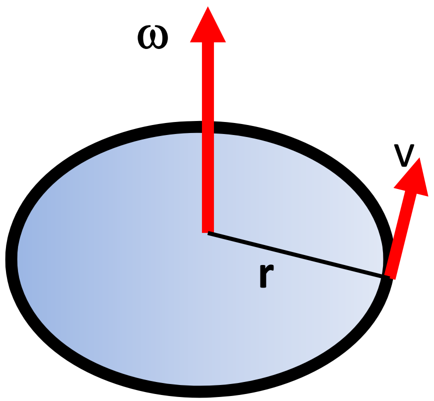
La velocità tangenziale

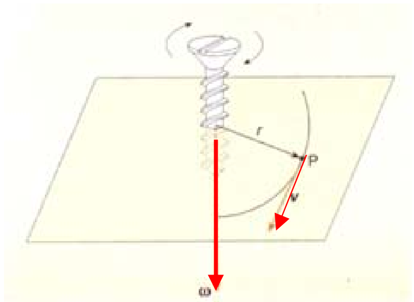
La velocità angolare è un vettore che ha:

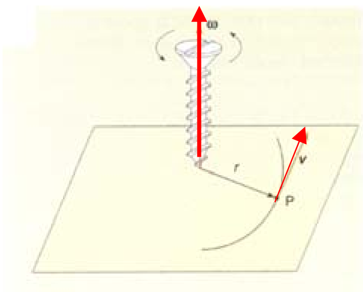
✓ Il modulo pari a: ⇨ $$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

✓ La direzione perpendicolare al piano della circonferenza

✓ Il verso è quello in cui avanza una vite quando la sua testa ruota nello stesso verso del punto.







CINEMATICA

(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

L'accelerazione tangenziale e centripeta

In generale l'accelerazione è data da una variazione della velocità nel tempo, nel caso del moto circolare uniforme è necessario distinguere:

$\vec{a}_t \Rightarrow$ accelerazione tangenziale è causata dalla variazione del modulo velocità

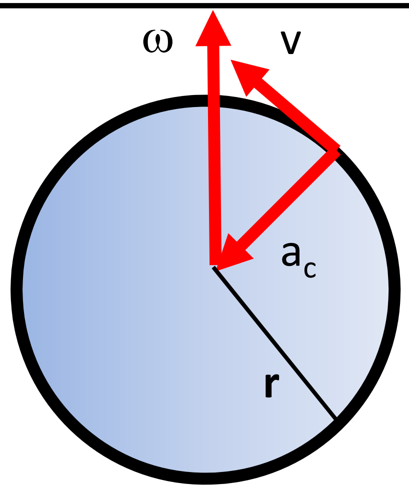
$\vec{a}_c \Rightarrow$ accelerazione centripeta è causata dalla variazione della direzione velocità

Accelerazione tangenziale:

È nulla in quanto il modulo della velocità è costante.

Accelerazione normale o centripeta:

$$a_c = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V^2}{r}$$



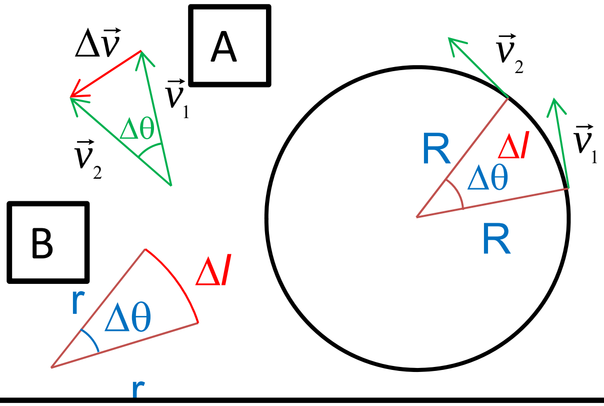
L'accelerazione centripeta è diretta sempre verso il centro della circonferenza.

L'accelerazione tangenziale e centripeta

Cerchiamo adesso di dimostrare quanto detto precedentemente per quanto riguarda l'accelerazione centripeta. Consideriamo un punto che ruota sulla circonferenza, all'inizio occupa la posizione P_1 dopo un intervallo di tempo Δt il punto si troverà in P_2

Cerchiamo di calcolare ΔV rappresentato con il triangolo A

Sappiamo inoltre che Δl, per un intervallo di tempo piccolo (infinitesimo) può essere confuso con la corda del triangolo B



I due triangoli isosceli hanno lo stesso angolo al vertice e sono pertanto simili. Pertanto possiamo scrivere la seguente proporzione:

$$\Delta V : V \cong \Delta l : r \Rightarrow \Delta V = V \frac{\Delta l}{r}$$ Considerando che: $$\Delta l = V \Delta t$$ Per ΔV si ottiene:

$$\Delta V = V \frac{\Delta l}{r} = \frac{V \cdot V \Delta t}{r} = \frac{V^2 \Delta t}{r}$$

$$ac = \frac{\Delta V}{\Delta t} \Rightarrow ac = \frac{1}{\cancel{\Delta t}} \frac{V^2 \cancel{\Delta t}}{r} = \frac{V^2}{r}$$

CINEMATICA

(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

Esercizio n. 1

Il seggiolino di una giostra esegue 10 giri in 14 secondi. Calcolare il periodo e la frequenza. Se il raggio della giostra è 4 metri, quanto vale la velocità tangenziale del seggiolino?

Soluzione

Dati: giri=10 Δt=14 [s] r=4 [m]

Periodo

$$\mathrm{T} = \frac{\text{tempo necessario per compiere n giri}}{\text{numero di giri}}; \quad \Rightarrow T = \frac{14}{10} = 7\ [s]$$

Frequenza

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{7} = 0{,}143\ [Hz]$$

Velocità periferica o tangenziale

$$V = \frac{2\pi r}{\mathrm{T}} = \frac{6{,}28 \cdot 4}{7} = 3{,}59\ \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$$

CINEMATICA

(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

Esercizio n. 2

La velocità tangenziale di un corpo che si muove sopra una circonferenza di raggio 4 m vale 3 m/s. Calcolare il numero di giri che compie in un minuto, il tempo impiega per un giro e la frequenza.

<u>Soluzione</u>

Dati: V=3 [m/s]   Δt=60 [s]   r=4 [m]

Periodo (partendo dalla velocità periferica)

$$T = \frac{2\pi r}{\mathrm{V}} = \frac{6,28 \cdot 4}{3} = 8,37\ [\mathrm{s}]$$

Frequenza

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{7,17} = 0,14\ [Hz]$$

Numero di giri (sapendo il periodo T)

$$\text{numero di giri} = \frac{\text{tempo necessario per compiere n giri}}{\mathrm{T}}; \quad \Rightarrow T = \frac{60}{8,37} = 7,17\ [s]$$

CINEMATICA
(MOTO CIRCOLARE UNIFORME)

Esercizio n. 3

Un punto compie 10 giri di una circonferenza, muovendosi di moto uniforme, nel tempo di 5 secondi. Calcolare il periodo del moto e la frequenza.

Soluzione

Il periodo è il tempo impiegato per compiere un giro completo. Perciò:

Periodo

$$\mathrm{T} = \frac{\text{tempo necessario per compiere n giri}}{\text{numero di giri}};\Rightarrow T = \frac{5}{10} = 0,5[s]$$

Frequenza

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,5} = 2[Hz]$$